

Трёхмерное вытеснение для разно-плотных жидкостей. *М.Г. Алишаев*

(1)

Рассматривается вытеснение тяжёлой жидкостью более лёгкой, например, морской водой нефти, холодной водой горячей воды, и т.п. Вытеснение трёхмерное, с образованием фронта и без зоны совместного движения фаз, поршневое. Вопрос 3-мерного вытеснения возник в 1996 году в связи с заводнением залежи фундамента Белого Тигра. Мощность залежи **1550** м. Опасались снижения показателей вытеснения при закачке воды в середину залежи. Главный вопрос – оседает вода вниз или нет?

Направим ось Oz вертикально вниз, тогда для скорости фильтрации воды и нефти в общепринятых обозначениях имеем

$$v_w = -\frac{kk_w(s)}{\mu_w} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \rho_w g \right), \quad v_o = -\frac{kk_o(s)}{\mu_o} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \rho_o g \right).$$

Скорость сегрегации

Введем вектор суммарной скорости фильтрации фаз v , функцию насыщенности $F(s)$ и отношение вязкостей μ согласно формул

$$v = v_w + v_o, \quad F(s) = \frac{k_w}{k_w + \mu k_o}, \quad \mu = \frac{\mu_w}{\mu_o}$$

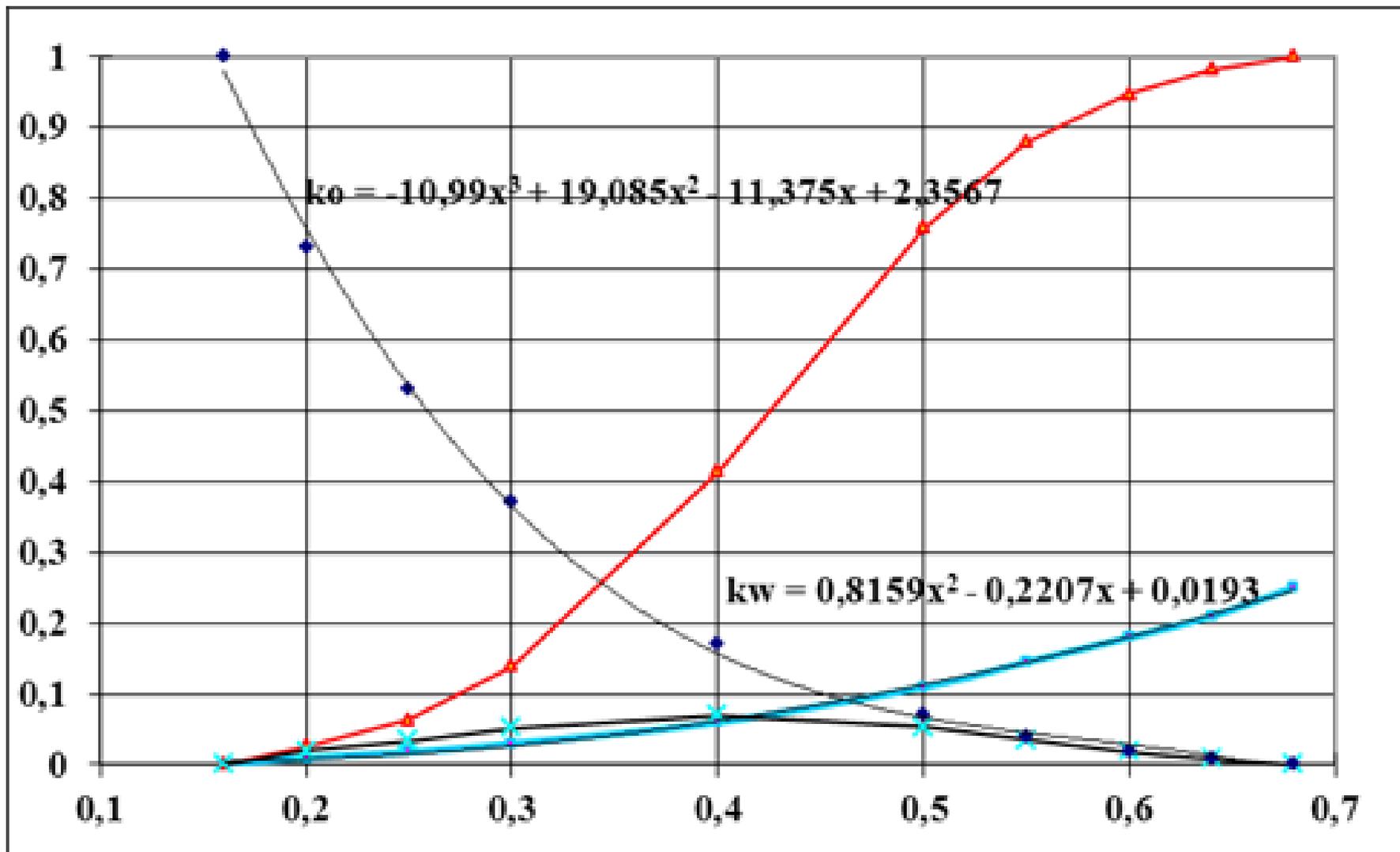
Выражения для скоростей фаз преобразуются к виду

$$v_w = F(s)v + v_g(s), \quad v_o = (1 - F(s))v - v_g(s)$$

$$v_g(s) = \frac{k\Delta\rho g}{\mu_o} G(s), \quad G(s) = \frac{k_w k_o}{k_w + \mu k_o}, \quad \Delta\rho = \rho_w - \rho_o$$

Гравитация увеличивает скорость фильтрации водной фазы при вытеснении сверху вниз ($v > 0$) и уменьшает ее при вытеснении снизу вверх ($v < 0$). При нулевой суммарной скорости фаз, когда $v = 0$, водная фаза фильтруется вниз со скоростью $v_g(s)$, нефтяная фаза – вверх с той же скоростью.

Относительные фазовые проницаемости, доля воды $F(s)$ и функция для скорости сегрегации



Уравнение для водонасыщенности при вертикальном вниз вытеснении.

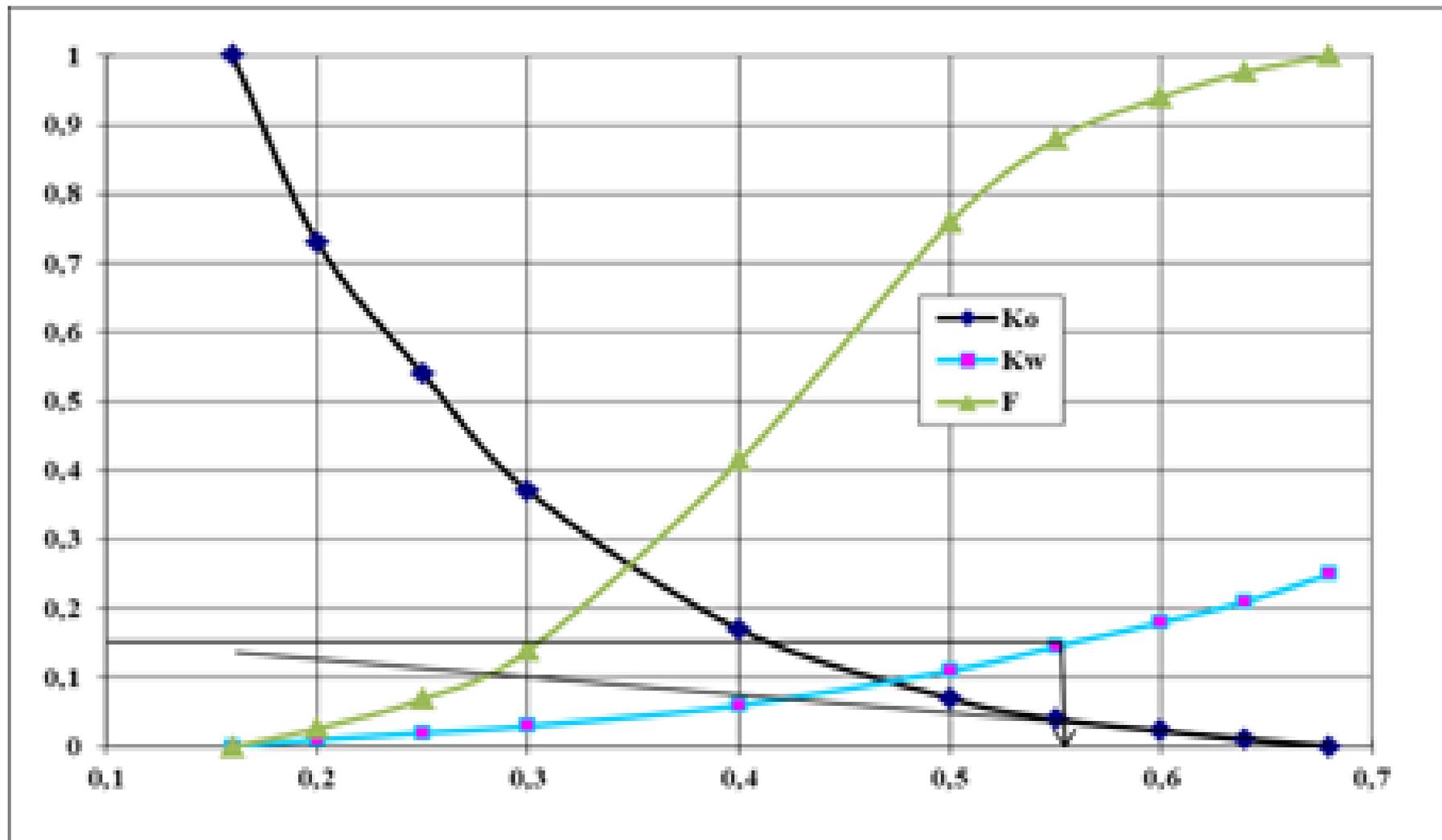
Получаем для водонасыщенности нелинейное уравнение переноса в частных производных вида

$$m \frac{\partial s}{\partial t} + v F_*'(s) \frac{\partial s}{\partial z} = 0$$

$$F_*(s) = F(s) + aG(s), \quad a = \frac{v_*}{v}, \quad v_* = \frac{k\Delta\rho g}{\mu_o}$$

Меняется и граничное условие на входе. Оно на входе в трубу должно обеспечивать лишь сохранение граничного значения насыщенности, т.е. должно быть обеспечено условие равенства нулю модифицированной функции $F_*'(s)=0$ на входе.

Определение насыщенности на входе и поршневого характера вытеснения.



Основные показатели вытеснения

Поставленная задача имеет точное решение в аналитическом виде, оно было найдено и расписано в аналитическом виде. Более того, находятся в точном виде и все показатели разработки вытеснением для любого направления. Например, для безводной нефтеотдачи имеем

$$\eta_0 = \frac{1}{(1 - s_1)F'_*(s_c)}$$

Нефтеотдача на момент подхода водонасыщенности s к выходу из образца найдётся по формуле

$$\eta = \frac{1}{1 - s_1} \left\{ s - s_1 + \frac{1 - F_*(s)}{F'_*(s_c)} \right\} \quad \tau_c = \min \left(\frac{1}{F'_*(s_c)}, \frac{1}{F'_*(s_g)} \right)$$

Безразмерное время подхода фронта вытеснения найдётся как наименьшее из двух величин.

Расчётные результаты. $a = v_*/v$

Таблица показателей вертикального вытеснения вниз и вверх нефти водой для $\mu=0,5$ и ОФП фундамента Белого Тигра.

a	5	2	0	-1	-2
s_c	0,423	0,468	0,503	0,523	0,548
η_0	0,362	0,461	0,525	0,561	0,604
τ_0	0,304	0,388	0,441	0,471	0,507
s_k	0,453	0,561	0,623	0,638	0,643
η_k	0,373	0,542	0,604	0,605	0,604

Методологическая альтернатива

Рассмотренная методология считает фазы связными

$$v_w = -\frac{kk_w(s)}{\mu_w} \frac{\partial p_w}{\partial z}, \quad v_o = -\frac{kk_o(s)}{\mu_o} \frac{\partial p_o}{\partial z}, \quad p_w = p - \rho_w gz, \quad p_o = p - \rho_o gz$$

Каждая фаза имеет своё давление. Разница давлений в фазах на 1000 м составит 35 атм. ? Абсурд!?

Были и другие подходы, принятые в физике пласта. Вводится единое давление, а давление в фазах лишь отличается на капиллярный скачок, зависящий от s .

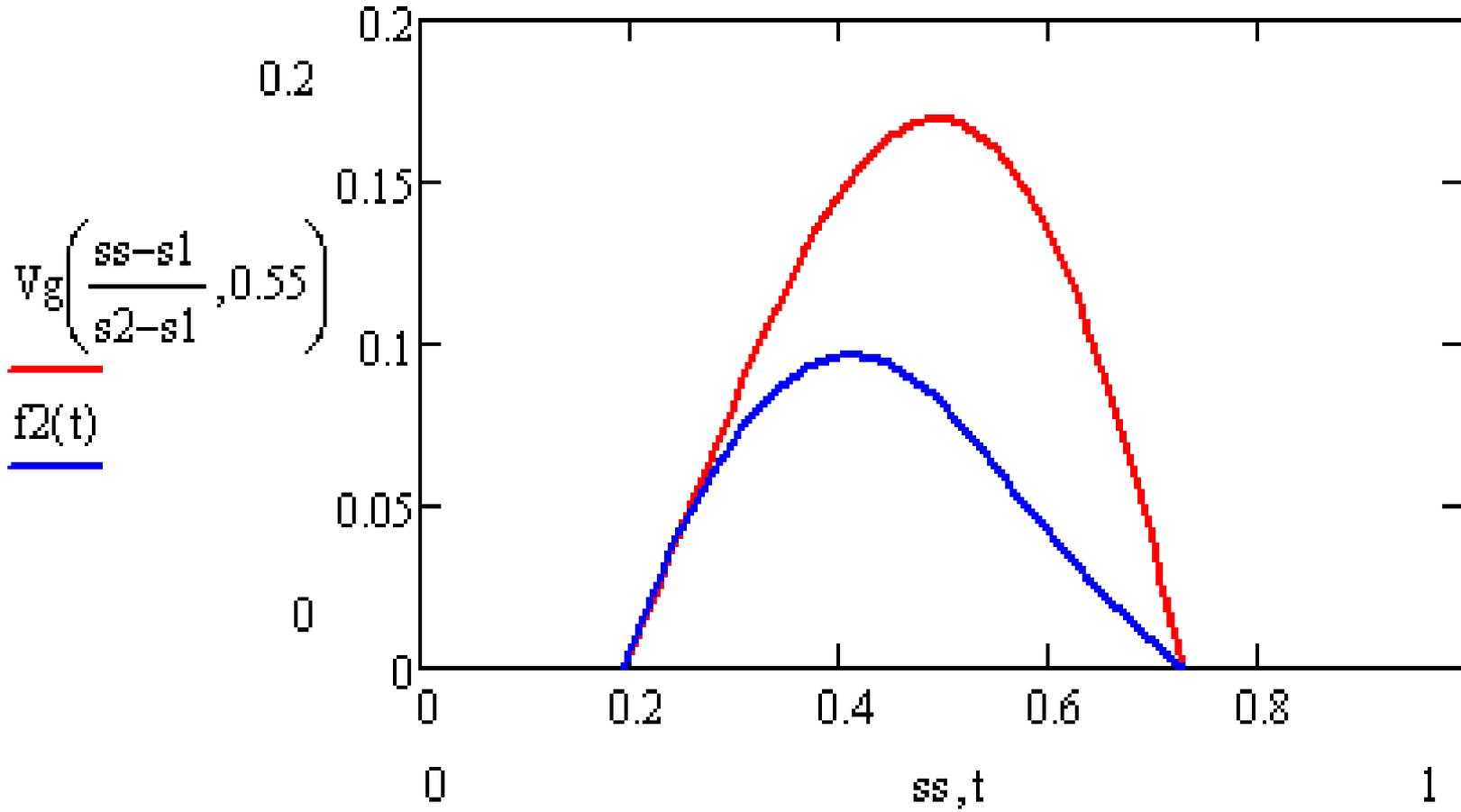
$$p_k = \frac{\sigma \cos \theta}{\sqrt{k/m}} J(s).$$

Физическая скорость сегрегации несжимаемых фаз в круговой поре

Рассматривается круговой поровый канал, на долю s заполненный водой, $(1-s)$ – доля нефти. Ищется средняя скорость жидкости по каналу: усредняются возможные положения и уклоны кругового порового канала. Найдено для средней физической скорости сегрегации

$$\langle v_g(s) \rangle = \frac{k \Delta \rho g}{\mu_o} \cdot \frac{4}{\pi^3} \frac{\sin \pi s}{\mu s + (1-s)}$$

Сравнение новой и старой формул



Условие возникновения оседания

Задача. В капилляре вода занимает высоту h . Остальную часть капилляра занимает нефть. Трубка U образная, с доливом. Каково условие на высоту h , при котором **возникает** течение? Параметры задачи: длина всей трубки; радиус капилляра; угол смачивания; плотность воды; плотность нефти. Найдите скорость течения воды вниз, если выполнено условие возникновения течения. Она и есть скорость оседания.

Поршневое вытеснение

Полное вытеснение нефти не достижимо, и после промывки трубки десяти-кратным поровым объёмом воды остаётся в пласте неподвижная нефть, называемая **остаточной**. Доля её зависит от геологического строения пласта и составляет примерно до **35%** от порового объёма. И в девственном нефтяном пласте содержится неподвижная вода, когда то вытесненная пришедшей в залежь нефтью, называемая **связанной водой**. В долях от порового объёма она составляет обычно до **20%**. Насыщенность связанной водой обозначают s_1 , а максимальную водонасыщенность через s_2 , так что $1 - s_2$ и есть остаточная нефть. Проницаемость пласта со связанной водой будем называть проницаемостью по нефти, и обозначать через **ko** (oil), а проницаемость в водной зоне с вытесненной нефтью будем называть проницаемостью по воде и обозначать **kw** (water). Аналогично, вводим обозначения динамических вязкостей нефти **μ_o** и воды **μ_w** , а также их плотностей **ρ_o** и **ρ_w** . Таким образом, кроме пористости **m**, в задачу поршневого вытеснения включаются **s_1 , s_2 , ko, kw, μ_o , μ_w** .

Вытеснение от скважины к контуру

Вытеснение имеет слоистый характер

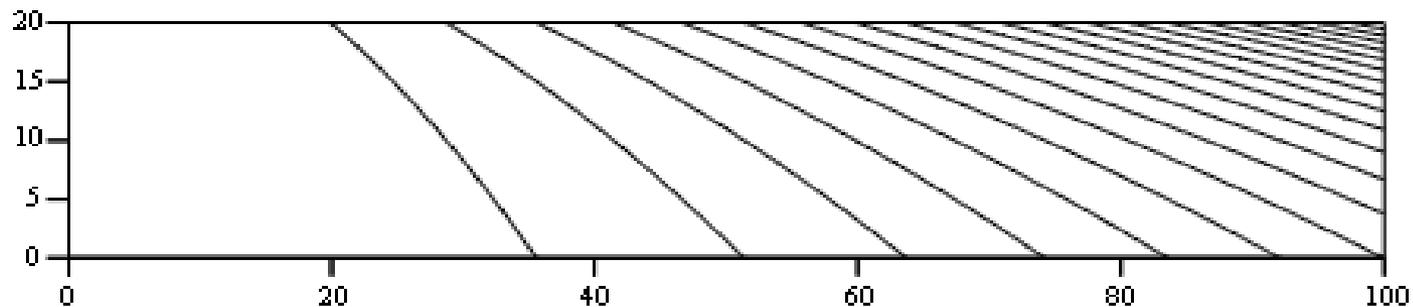
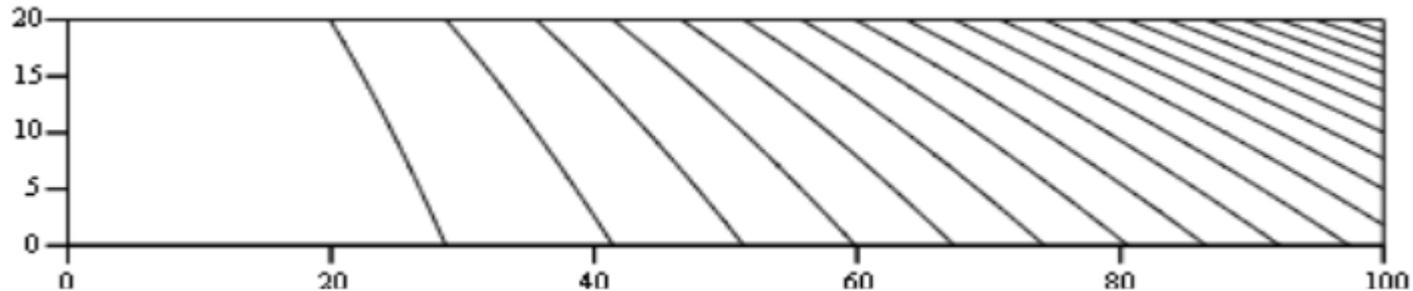
$$q(y, t) = \frac{2\pi[\Delta p + (\rho_w - \rho_o)g(h - y)]}{\frac{\mu_w}{k_w} \ln \frac{r(y, t)}{R_c} + \frac{\mu_o}{k_o} \ln \frac{R_k}{r(y, t)}}$$

Здесь $r(y, t)$ определяет положение фронта.

Интегрируя $2\pi\phi r(y, t)dr = q(y, t)dt$, имеем

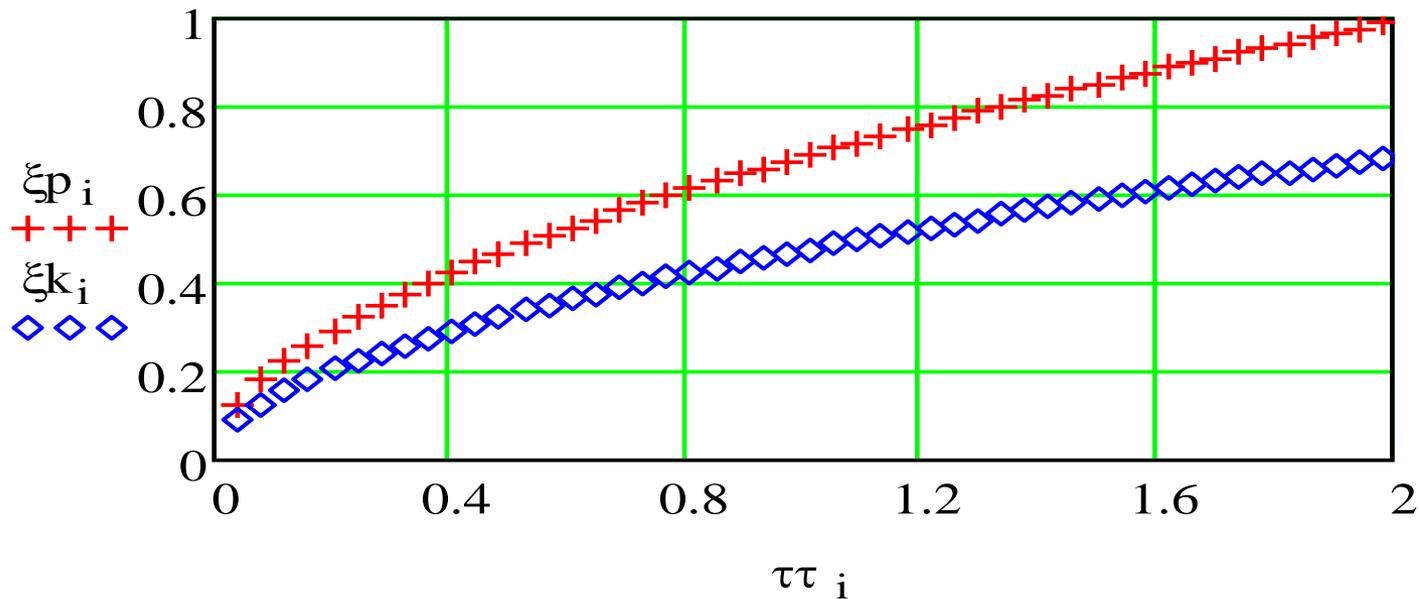
$$\begin{aligned} & r^2 \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_o}{k_o} - \frac{\mu_w}{k_w} \right) + \frac{\mu_w}{k_w} \ln \frac{r}{R_c} + \frac{\mu_o}{k_o} \ln \frac{R_k}{r} \right) - R_c^2 \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_o}{k_o} - \frac{\mu_w}{k_w} \right) + \frac{\mu_o}{k_o} \ln \frac{R_k}{R_c} \right) \\ &= \frac{2t}{\phi} [\Delta p + (\rho_w - \rho_o)g(h - y)] \end{aligned}$$

Последовательные положения фронта



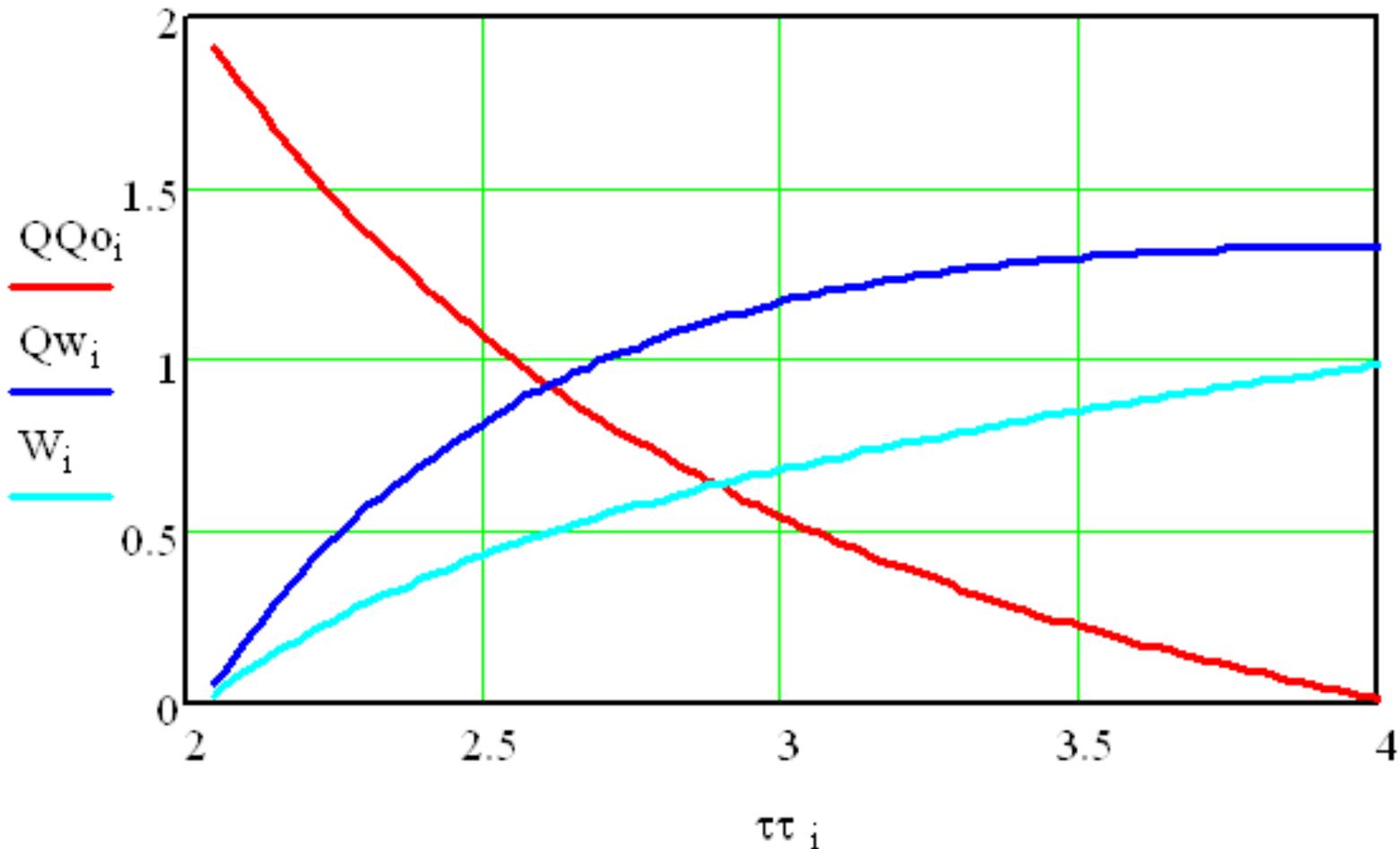
Параметр $\Delta=1$ для верхнего рисунка, для нижнего рисунка он равен 0.5. Деления вдоль горизонтали и вертикали по 2 м.

Движение фронтов по кровле и подошве



От начала нагнетания воды до прорыва по подошве. Принятые значения параметров: $\Delta=1$; $\mu=0.5$; $\varepsilon=0.0005$; $N=50$.

Результаты водного периода добычи: снижение добычи, дебит воды и обводнённость скважины



Вытеснение от контура пласта к скважине

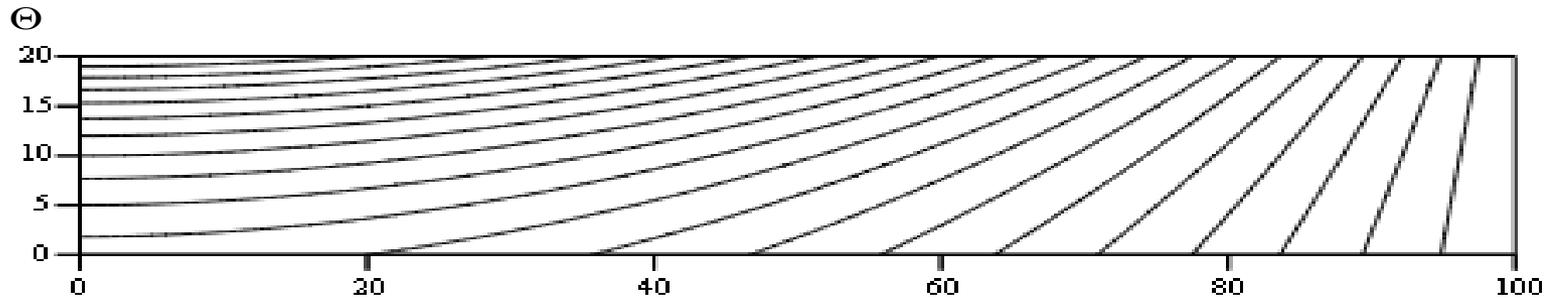
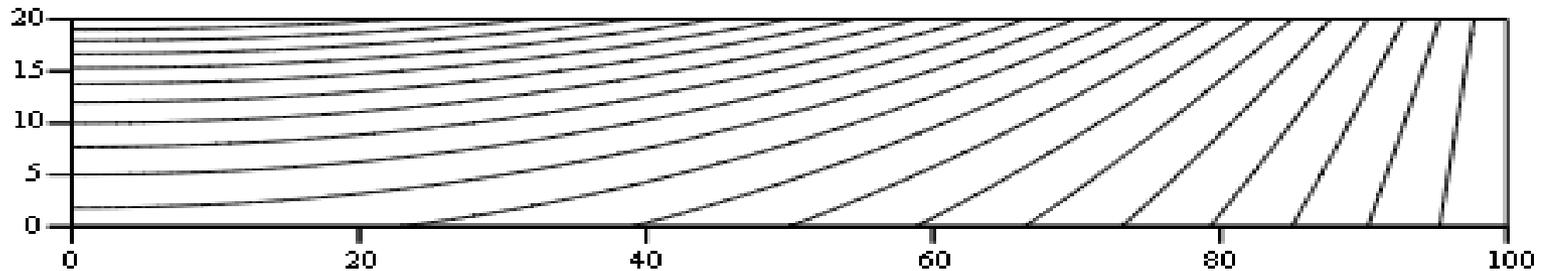
Удельный расход q на высоте y определится изменённой формулой, которая запишется почти в том же виде, только вязкости меняются местами, а падение давления происходит от контура к скважине, и перепад давления постоянен по величине до прорыва воды на уровне y

$$q(y, t) = \frac{2\pi [\Delta p + (\rho_w - \rho_o) g (h - y)]}{\frac{\mu_o}{k_o} \ln \frac{r(y, t)}{R_c} + \frac{\mu_w}{k_w} \ln \frac{R_k}{r(y, t)}}$$

Здесь $r(y, t)$ определяет положение движущегося фронта вдоль радиального направления, однако в начальный момент $r(y, 0) = R_k$, а равенство $r(y, t) = R_c$ определяет обводнение на уровне координаты y .

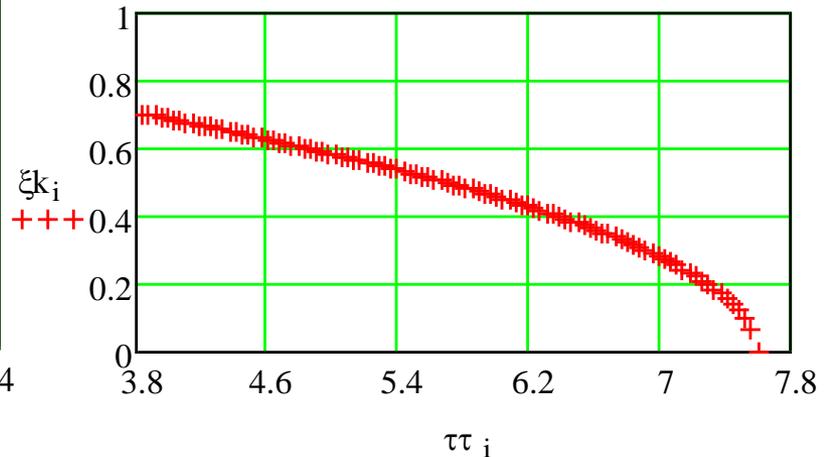
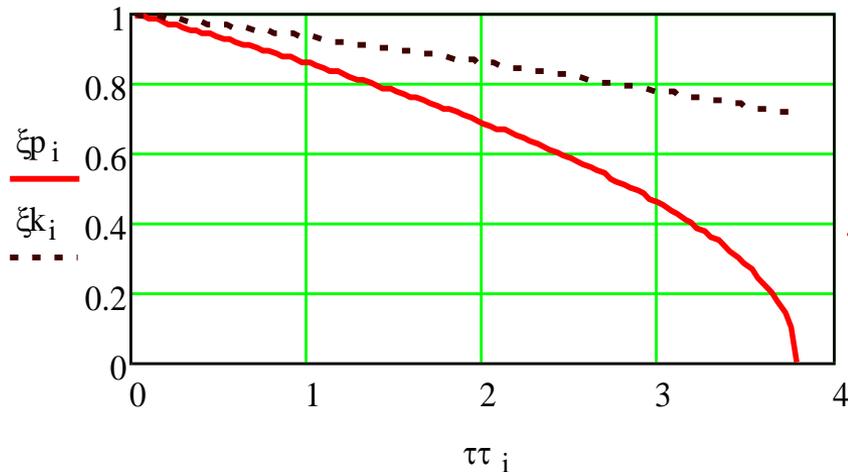
Уравнение для фронта вытеснения: $\mu=1/2; 2$

$$R_k^2 \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_w}{k_w} - \frac{\mu_o}{k_o} \right) + \frac{\mu_o}{k_o} \ln \frac{R_k}{R_c} \right) - r^2 \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_w}{k_w} - \frac{\mu_o}{k_o} \right) + \frac{\mu_o}{k_o} \ln \frac{r}{R_c} + \frac{\mu_w}{k_w} \ln \frac{R_k}{r} \right) = \frac{2t}{\phi} [\Delta p + \Delta \rho g (h - y)]$$



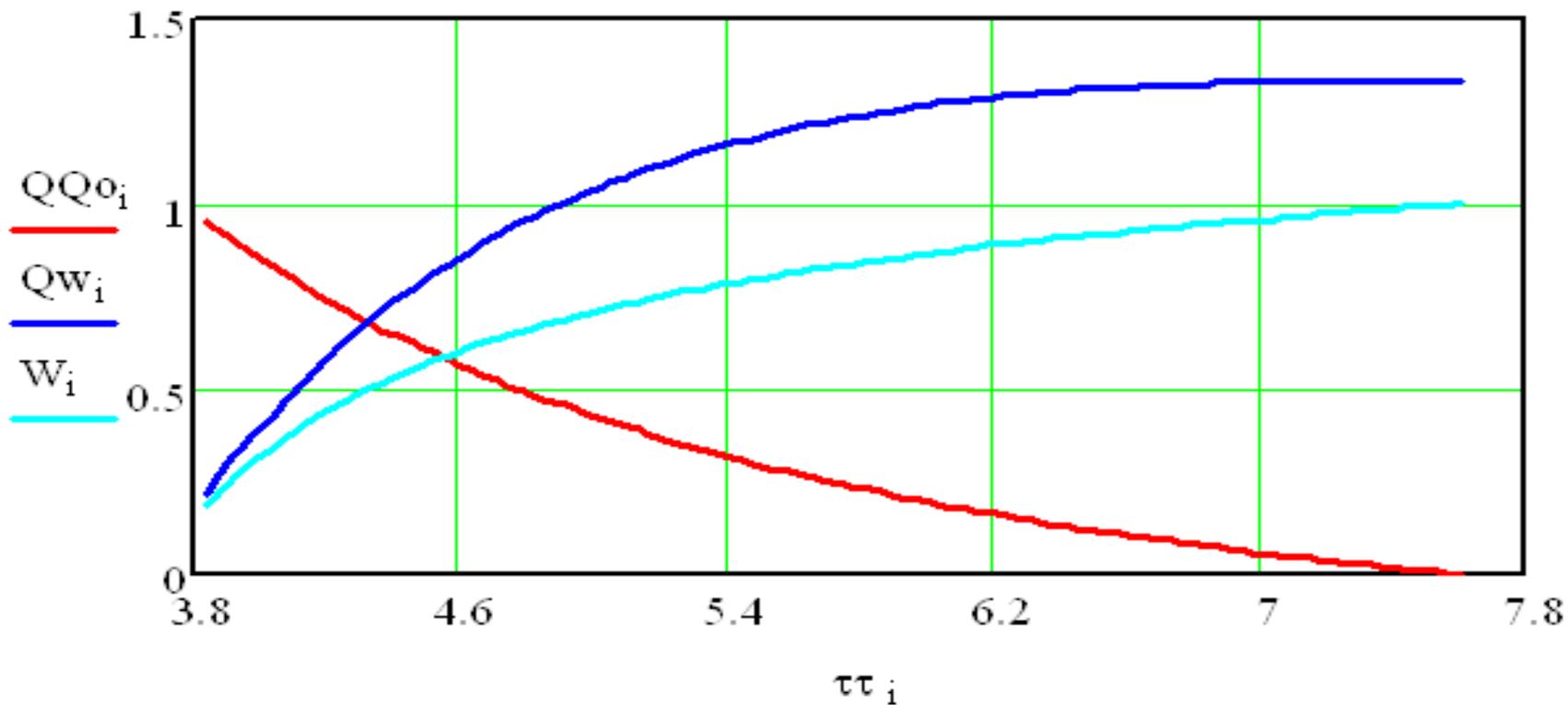
⊖

Вытеснение по подошве и кровле



Принятые значения параметров: $\Delta=1$; $\mu=0.5$; $\varepsilon=0.0005$; $N=100$.
Определяются все параметры вытеснения точно; дебит нефти до и после обводнения; длительность водного периода; дебит воды; обводнённость скважины. Второй рисунок показывает движение фронта по кровле после обводнения по подошве.

Результаты расчётов для водного периода вытеснения



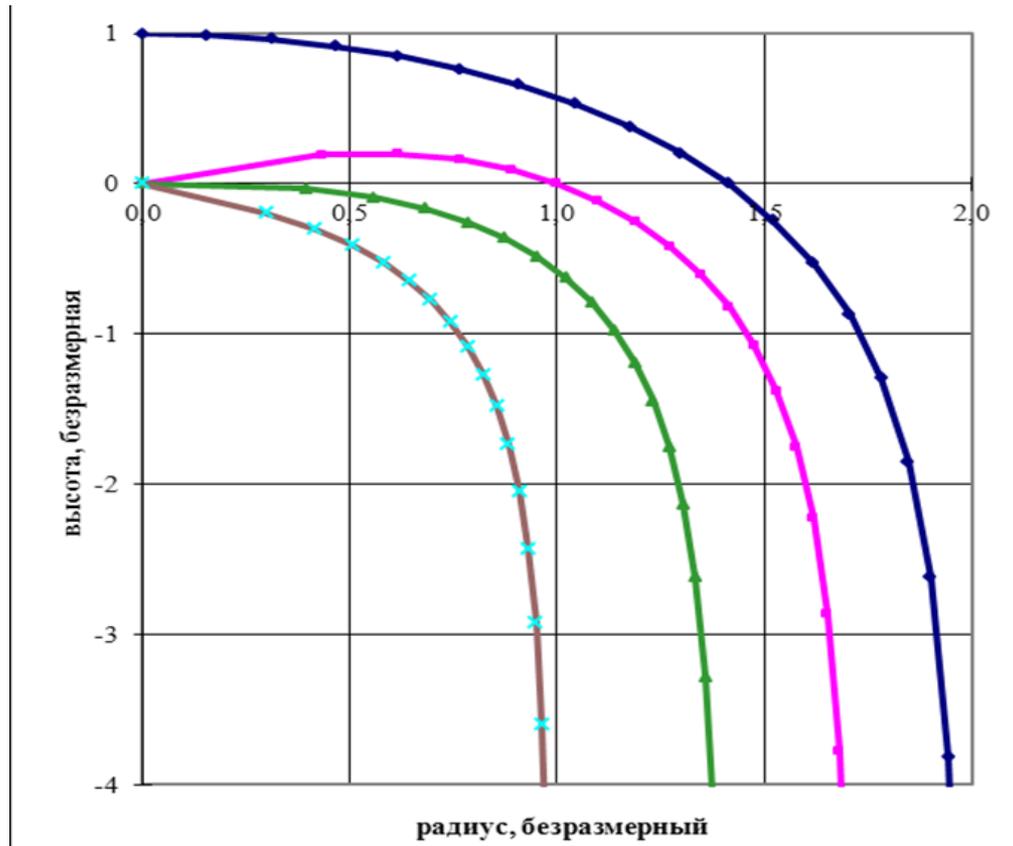
Снижение добычи нефти Q_{Q_0} , рост добычи воды Q_w , и рост обводнённости продукции W в осесимметричной задаче вытеснения: $\Delta=1$; $\mu=0.5$; $\varepsilon=0.0005$.

Выводы

В рамках теории поршневого вытеснения разноплотных жидкостей найдено точное решение и предложены аналитические формулы определения охвата толщины пласта вытесняемой фазой, имеющей другую плотность и другую вязкость. Установлена форма линии (поверхности) контакта фаз в зависимости от параметров течения и свойств фаз, найдены времена прорыва по подошве и кровле, получены кривые обводнения для галереи и осесимметричного кругового однородного пласта.

Зона воды в мощной залежи в пределе

Для параметров, свойственных залежи фундамента: $\mu_w=0.25$ мПа.с; $\Delta\rho= 350$ кг/м³, $g=9.8$ м/с²; $q_w = 5000$ м³/сут; и $k_w.=100$ мД получаем значение $H = 74$ м. С уменьшением k_w до 10 мД будем иметь $H = 235$ м



Раздувающийся пузырь воды

В бесконечную по мощности и протяжённости залежь нефти закачиваем воду. Вокруг точки нагнетания образуется пузырь воды, вниз оседающий со временем. Вначале он имеет сферическую форму. Оседание начнётся с преодоления капиллярного скачка. Как раздувается пузырь? Какова его форма? Как найти движение фронта воды? Выписать в рамках поршневого вытеснения уравнения и граничные условия задачи.

Список литературы

1. *Чарный И.А.* Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостоптехиздат., 1963. –397 с.
2. *Эфрос Д. А.* Исследования фильтрации неоднородных систем. Л.: Гостоптехиздат., 1963. 351 с.
3. *Голубева О.В.* Курс механики сплошных сред: Учебное пособие. М.: Высшая школа, 1972. 368 с.
4. *Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М.* Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1982. 208 с.
5. *Басниев К.С., Кочина И. Н., Максимов В. М.* Подземная гидравлика. М.: Недра, 1986. 303 с.
6. *Алишаев М.Г., Белянин Г.Н.* О влиянии гравитационной сегрегации на эффективность заводнения массивных залежей с трещиноватым коллектором. Нефтяное хозяйство, №6, 1999. С. 21-23.
7. *Алишаев М.Г., Гриценко А.Н., Фомкин А.В.* Гравитационное оседание и растекание воды, закачиваемой в залежь фундамента месторождения Белый Тигр. Нефтяное хозяйство, № 6, 2005. С. 14-17.